



TITLE:

# 海氷と内部波の共鳴相互作用によるアイスバンドパターンの形成過程 (非線形波動現象の数理と応用)

AUTHOR(S):

佐伯, 立; 三寺, 史夫; 馬目, 歩美; 豊田, 威信; 木村, 詞明; 浮田, 甚郎

---

CITATION:

佐伯, 立 ...[et al]. 海氷と内部波の共鳴相互作用によるアイスバンドパターンの形成過程 (非線形波動現象の数理と応用). 数理解析研究所講究録 2014, 1890: 106-112

ISSUE DATE:

2014-04

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/195776>

RIGHT:

## 海氷と内部波の共鳴相互作用による アイスバンドパターンの形成過程

佐伯立 (北大環境科学) ・ 三寺史夫 (北大低温研)

馬目歩美 (ミシガン大) ・ 豊田威信 (北大低温研)

木村詞明 (東大創成) ・ 浮田甚郎 (新潟大)

R. Saiki (Hokkaido U.) ・ H. Mitsudera (Hokkaido U.)

A. Manome (U. Michigan) ・ T. Toyota (Hokkaido U.)

N. Kimura (U. Tokyo) ・ J. Ukita (Niigata Y.)

### 1 背景

アイスバンドは冬季氷縁において海氷が形成する特徴的なパターンの 1 つである。図 1 にある通り、アイスバンドはオホーツク海ばかりではなく、グリーンランド海、南大洋など極域のいたるところに存在しうる。アイスバンドの幅の典型的なものは 10km 程度で、バンド構造が 100km 以上連なっている様子も観測されており、またバンドの長軸が風向に対していくらか傾いているのも特徴である (Ishida and Ohshima, 2009)。アイスバンドはその微細構造のため海氷融解を促進するものと考えられ、氷縁の消長をコントロールするプロセスであることが示唆されている (Martin and Kauffman, 1983)。

本研究ではこのようなアイスバンドのパターン形成メカニズムについて、海氷とその直下の内部波の‘共鳴’という点に着目し考察する。単純な理論モデルを用い、海氷の有無によるストレスの差と海氷の漂流方向と風向きの差 (ターニングアングル) によって励起された内部波が、海氷と共鳴相互作用することによってさらに発達するという、不安定モードの存在を示す。そして、以下の 2 点を明らかにすることを目的とする。

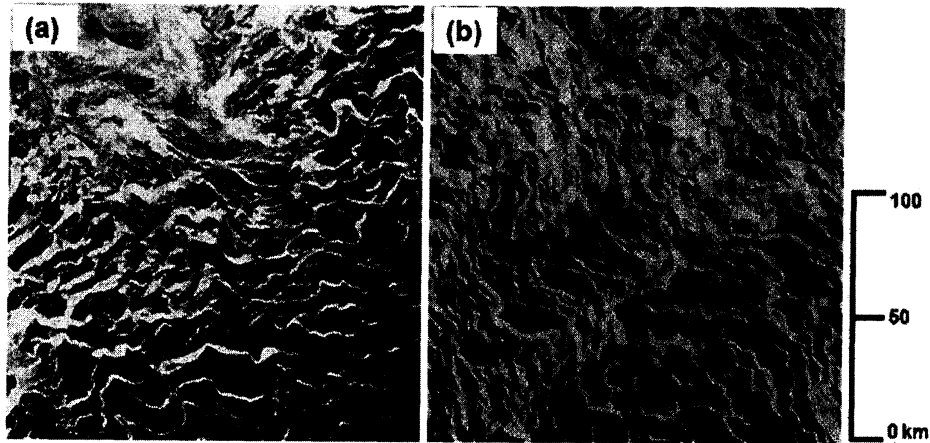


図1 アイスバンドの衛星画像 (a) グリーンランド海沖, (b) 南大洋ロス海沖

1. アイスバンドの幅は海水の漂流速度と内部波の位相速度が一致する共鳴条件によって選択される.
2. アイスバンドが最も発達するのは北半球では風向きがアイスバンドの進行方向に対して左向きの場合である.

さらに、この2点について海洋海水結合モデル (Fujisaki and Oey, 2011) を用いて数値実験をおこなって考察を進める.

## 2 理論

アイスバンド形成プロセスをモデル化するにあたって、もっとも単純な系として海水の浮かぶ1.5層の海洋を設定した(1.5層モデルとは、密度成層としては2層であるが、下層が無限に深くそこには運動がないという簡単化を施したモデルのこと). そのうえでまず、海水の有無による風応力差 $\delta$ と風向と海水漂流の角度差 $\delta\theta$ の影響を考慮した海洋の運動方程式をたてた. さらに連続の式を内部境界面から海面までを積分したものを使って内部波による内部境界面の変動 $\zeta$ に関してまとめた. また海水密接度 $A$ の時間発展方程式を求め、それぞれに平面波の解を代入して無次元化したものを連立させることにより、以下の振動数 $\omega$ に関する固有方程式を得た.

$$\{\omega^2 - (1 + \bar{c}^2 k^2)\}(\omega - U_i k) - \epsilon\{i\omega k(\delta\tau_{ai}^x + \sin\delta\theta\tau_{ai}^y)\}$$

$$-k(\delta\tau_{ai}^y - \sin\delta\theta\tau_{ai}^x)\} = 0 \quad \left( \epsilon = \frac{\bar{A}Z}{h_1} \right) \quad (1)$$

ここで  $\tau_{ai}$  は大気-海氷間の風応力であり，上付きの添え字は風向である． $\bar{c}$  は内部波の位相速度を表しており， $k$  はその波数， $\bar{A}$  は平均海氷密接度， $Z$  は内部境界面の変動の代表値である．

式 (1) の左辺第 1 項は内部波の分散関係と海氷の漂流速度の積であり，第 2 項が両者の結合を示している．そこで海氷の漂流速度が内部波の位相速度に一致する共鳴点  $(k_0, \omega_0)$  近傍において以下のように摂動展開をおこなった．

$$\begin{aligned} \omega &= \omega_0 + \epsilon^{1/2}\omega_1 + \dots \\ k &= k_0 + \epsilon^{1/2}k_1 + \dots \end{aligned}$$

その結果，バンド幅は  $k$ - $\omega$  平面上において内部波の分散関係と海氷の漂流速度が交わる共鳴点の波数 ( $k_0$ ) として選択されること (図 2) がわかる．すなわち

$$O(1): \quad \begin{cases} \omega_0^2 - (1 + \bar{c}^2 k_0^2) = 0 \\ \omega_0 - U_i k_0 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

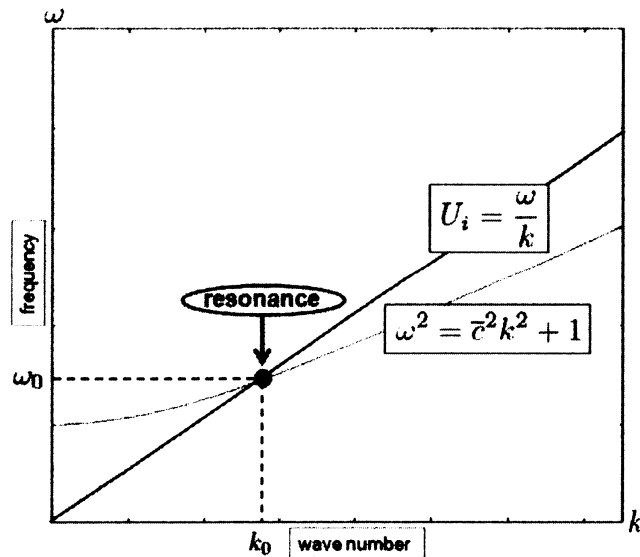


図 2 内部慣性重力波の分散関係と海氷漂流速度の関係

である．ここで， $U_i$  は海氷の漂流速度である．次元量に戻し式 (2) をまとめると，バンド幅  $L$  の理論値を以下のように求めることができる．

$$L = \frac{2\pi}{k_{0*}} = \frac{2\pi(U_i^2 - \bar{c}^2)^{\frac{1}{2}}}{f}$$

ここで  $k_{0*}$  は波数の次元量で， $f$  はコリオリパラメータである．海氷漂流速度 ( $U_i$ ) が 0.25 m/s のときにバンドスケールが 10 km 程度になり，定量的にも妥当な値を得ることができる．この関係はまた  $U_i$  が大きいときに  $L$  が大きくなることを示している．図 2 の  $k$ - $\omega$  平面上において  $U_i$  は原点を通る直線の傾き ( $\omega_0/k_0$ ) に相当するが，それが急なときほど共鳴点の波数  $k_0$  が小さくなることに対応するものである．

またバンド形成に好ましい風向については，以下のように  $O(\epsilon^{1/2})$  の解の虚部，すなわち成長率，を解析することで明らかになる．

$$\omega_1 = \left( \frac{k_0 G}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \left( \cos \frac{\phi}{2} + i \sin \frac{\phi}{2} \right) + \bar{c} k_1 \quad (3)$$

ここで，

$$G = \{ (1/\omega_0^2) (\delta \tau_{ai}^y - \sin \delta \theta \tau_{ai}^x)^2 + k_0^2 (\delta \tau_{ai}^x + \sin \delta \theta \tau_{ai}^y)^2 \}^{1/2}$$

であり，また  $\phi$  はその偏角に相当する．

$$\tan \phi = \frac{\delta + \delta \theta \tan \theta_a}{\delta \theta - \delta \tan \theta_a} \omega_0^2$$

$G$  および  $\phi$  はバンド進行方向に対する風向き  $\theta_a$  の関数である．ここで成長率が最大値を取る  $\theta_a$  を求めてみよう．海氷の漂流方向と風向きのなす角度  $\delta \theta$  が一定であることに注意すると，最終的に

$$\sin \delta \theta \cos \theta_a - \delta \sin \theta_a = 0 \quad \Longleftrightarrow \quad \tan \theta_a = \frac{\sin \delta \theta}{\delta} > 0$$

を得る（ただし， $0 < \delta \theta < \pi/2$ ）．従って，成長率がピークをとるのはアイスバンドの進行方向に対して風向きが左 ( $\theta_a > 0$ ) の場合であることが分かった．図 3 は式 (3) の虚部（すなわち成長率）を図示したものである．成長率が風向き  $\theta_a$  に鋭く依存していること，また  $\theta_a > 0$  であることが確認できる．

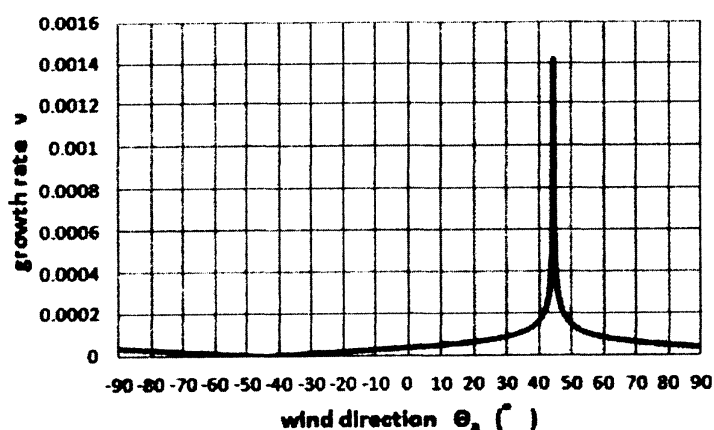


図3 風向き  $\theta_a$  に対する成長率  $\nu$  の関係

### 3 数値実験

上記の理論を検証するために、海氷-海洋結合モデル (Fujisaki and Oey, 2011) を用いて数値実験をおこなった。海氷バンドを解像するため格子サイズを 250 m と非常に細かくした。また初期海氷場を図4左のように領域の一部を覆っているとし、そこでの初期密接度は 0.5 とした。その結果、理論通り海氷バンドの形成を示した (図4右)。バンドの形状は氷縁形状に強く依存しており、直線的な氷縁の場合、水平 1 次元的なアイスバンドパターンとなった。

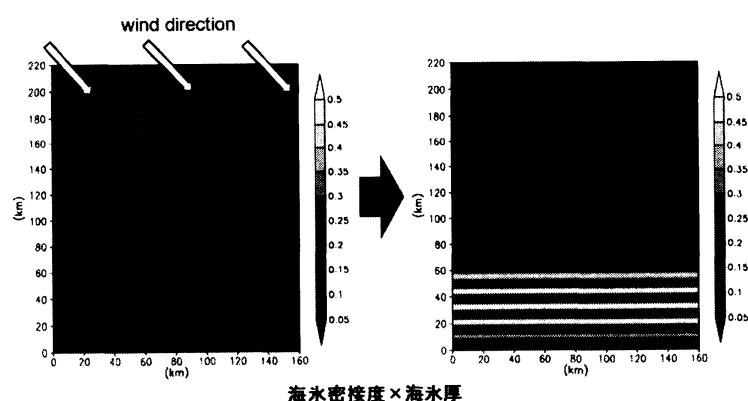


図4 氷縁が存在するときのアイスバンドパターン。風は氷縁に対して左 45°の向きに吹いている (左図矢印)。

またバンド幅は、数値実験においてもアイスバンドの漂流速度が速い時ほど拡大し、かつ理論値とよい一致を示した（図5）。

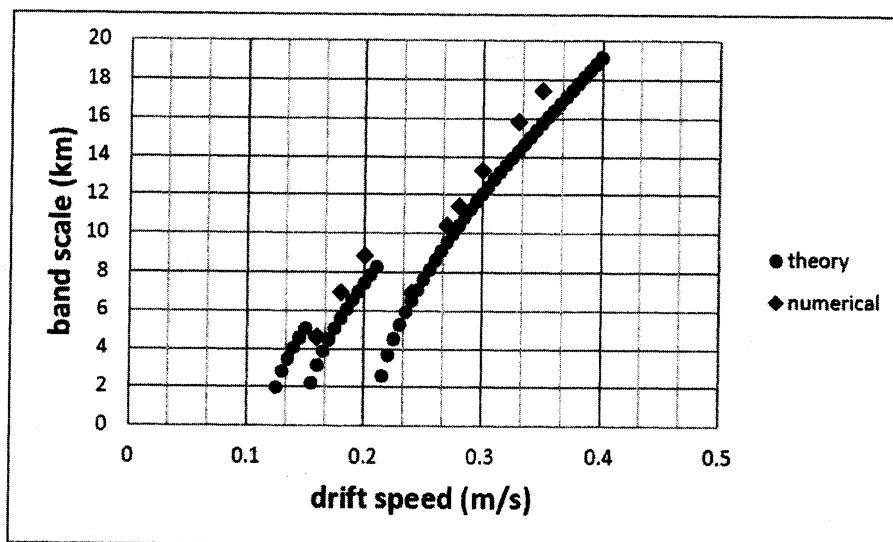


図5 アイスバンドの幅と海水漂流速度の関係。●は理論，◆は数値実験結果。

次に視点を変え、氷縁を設けずにホワイトノイズを初期擾乱として与えたところ、図6のように風に対して右に傾くようなアイスバンドパターンが浮かび上がることがわかった。これは結合モードの固有関数に対応するものであり、もっとも不安定なモードを示している。その様相は、前節の理論で得た不安定解と一致する。

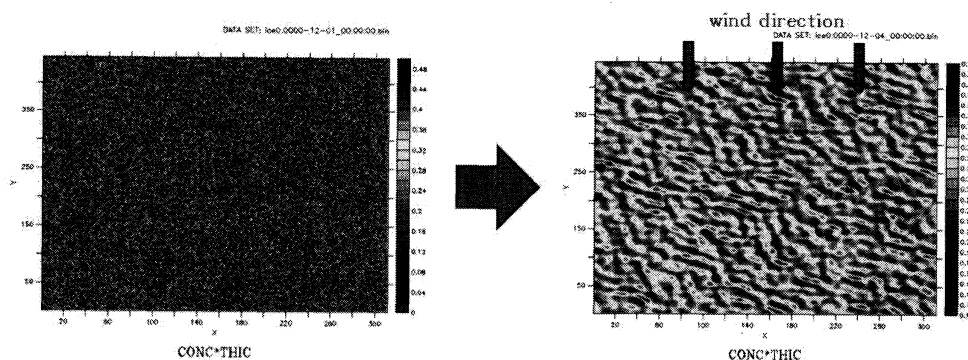


図6 アイスバンドのパターン形成。風は上方から吹いている（右図矢印）。

## 4 結論

本稿では、氷縁域で普遍的に見られるアイスバンドのスケールおよび風向に対するバンド長軸の向きを、海水-慣性内部重力波間の共鳴相互作用の観点から説明できることを示した。理論と数値実験の結果が定量的にもよい一致を示し、ここで述べたバンド形成メカニズムが頑健なものであることが明らかとなった。

現在、衛星データ (AVHRR, MODIS) を用いてオホーツク海、グリーンランド海、南大洋ロス海沖のアイスバンドのスケールと向きを解析しているところである。天気予報モデルの再解析から得た風速・風向データを用いて確認した結果、海水場を形成する要因となる約 1 日前の風速・風向と理論がよい一致を示すこと、またターニングアングルが存在することが分かってきた。またこのような観測データを使ってバンド幅と海水漂流速度の関係を定量的に明らかにしつつある。このように、数値実験と観測結果に裏付けられた理論の確立を進めているところである。

## 参考文献

- Fujisaki and Oey (2011) J. Geophysical Research, 116, C10015, doi: 10.1029/2010JC006655.
- Ishida and Ohshima (2009) Atmosphere-Ocean, 47, 169-183.
- Martin and Kauffman (1983) J. Geophysical Research, 88, 2803-2812.